Date التاريخ :
الموضوع :

حل التمارين ((الوظيفة)) من المحاضرة الرابعة التمرين واحد فقط))

$$I = \int \frac{1}{(e^x-1)^2}\,dx$$

نضرب البسط والمقام بـ e^x

$$= \int \frac{e^x}{e^x(e^x-1)^2}\,dx$$

نجري تغيير المتحول.

نفرض $t = e^x \Rightarrow dt = e^x\,dx$

$$= \int \frac{dt}{t(t-1)^2}$$

نلاحظ سنحل التكامل الآتي بطريقتين

الطريقة الأولى : نلجأ إلى تجزئة الكسر

$$\Rightarrow \frac{1}{t(t-1)^2} = \frac{A}{t} + \frac{B}{(t-1)} + \frac{C}{(t-1)^2}$$

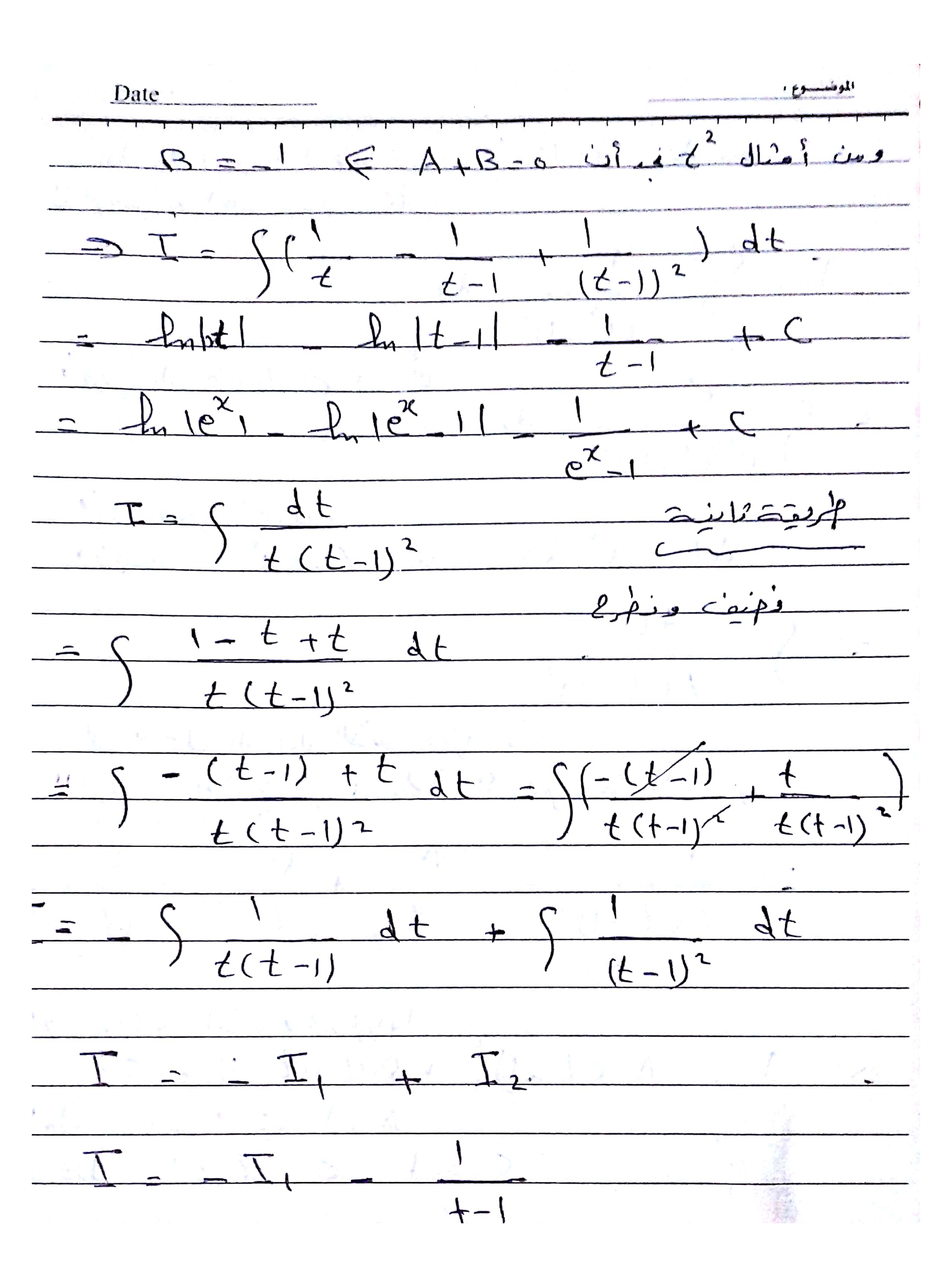
نوحد المقامات ونختصرها

$$\Rightarrow 1 = A(t-1)^2 + B(t)(t-1) + Ct$$

نجعل $t = 0 \Rightarrow A = 1$

ونجعل $t = 1 \Rightarrow C = 1$

Scanned by CamScanner



Date

الموضوع :

ومن أمثال t^2 نجد أن $A+B=0 \Leftarrow B=-1$

$$\Rightarrow I = \int \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t-1} + \frac{1}{(t-1)^2} \right) dt$$

$$= \ln|t| - \ln|t-1| - \frac{1}{t-1} + C$$

$$= \ln|e^x| - \ln|e^x - 1| - \frac{1}{e^x - 1} + C$$

<u>طريقة ثانية</u>

$$I = \int \frac{dt}{t(t-1)^2}$$

نضيف ونطرح

$$= \int \frac{1-t+t}{t(t-1)^2} \, dt$$

$$= \int \frac{-(t-1)+t}{t(t-1)^2} \, dt = \int \left(\frac{-(t-1)}{t(t-1)^2} + \frac{t}{t(t-1)^2} \right)$$

$$= -\int \frac{1}{t(t-1)} \, dt + \int \frac{1}{(t-1)^2} \, dt$$

$$I = -I_1 + I_2$$

$$I = -I_1 - \frac{1}{t-1}$$

Subject ________ Date ________

الموضوع :

$$I_1 = \int \frac{1}{t(t-1)}\,dt$$

نضيف ونطرح t

$$I_1 = \int \frac{1-t+t}{t(t-1)}\,dt$$

$$= \int \frac{-(t-1)+t}{t(t-1)}\,dt = \int \left(-\frac{1}{t} + \frac{1}{t-1}\right) dt$$

$$= -\ln|t| + \ln|t-1| + C$$

نعوض في I مثلا

$$I = -(-\ln|t| + \ln|t-1|) - \frac{1}{t-1} + C$$

$$= \ln|t| - \ln|t-1| - \frac{1}{t-1} + C$$

$$= \ln|e^x| - \ln|e^x - 1| - \frac{1}{e^x - 1} + C$$